Universidade de Brasília - UnB
Curso de Letramentos e Práticas Interdisciplinares nos Anos Finais (6° ao 9°)

UM ESTUDO SOBRE O PAPEL DO ERRO NA PERSPECTIVA DA CONSTRUÇÃO DO LETRAMENTO MATEMÁTICO

WEBERSON CAMPOS FERREIRA

Brasília, DF
2015

WEBERSON CAMPOS FERREIRA

UM ESTUDO SOBRE O PAPEL DO ERRO NA PERSPECTIVA DA CONSTRUÇÃO DO LETRAMENTO MATEMÁTICO

Monografia submetida ao curso de especialização em Letramentos e Práticas Interdisciplinares nos Anos Finais (6° ao 9°) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Especialista.

Orientador: Msc. Cleiton Rodrigues dos Santos

Brasília, DF
2015

CIP – Catalogação Internacional da Publicação*

Ferreira, Weberson Campos.
Um estudo sobre o papel do erro na perspectiva da construção do letramento matemático / Weberson Campos Ferreira. Brasília: UnB, 2015. 68 f.

Monografia (Especialização) – Universidade de Brasília, Brasília, 2013. Orientação: Cleiton Rodrigues dos Santos.

1. Erro. 2. Taxonomia de Bloom. 3. Aprendizagem de Álgebra. 4. Situação-problema. I. Santos, Cleiton Rodrigues dos Santos. II. A Linguagem Algébrica: uma abordagem sobre os erros e dificuldades na aprendizagem de funções nos anos finais do Ensino Fundamental.

CDU Classificação

UM ESTUDO SOBRE O PAPEL DO ERRO NA PERSPECTIVA DA CONSTRUÇÃO DO LETRAMENTO MATEMÁTICO

Weberson Campos Ferreira

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Especialista em Letramentos e Práticas Interdisciplinares da Universidade de Brasília, em 05/12/2015 apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

Prof. Msc. Cleiton Rodrigues dos Santos
Orientador

Prof. Dra. Daniele Marcelle Grannier
Membro Convidado – Examinadora Interna

Prof. MSc. Cristina Vieira Mendes Osler de Almeida
Membro Convidado – Examinadora Externa

Brasília, DF
2015

Esse trabalho é dedicado àqueles que mesmo diante de todas as dificuldades continuam sendo excelentes na arte de ensinar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus familiares e amigos que compreenderam as minhas ausências dos seus convívios por conta do trabalho e dos estudos.

À tutora dos módulos, Márcia, que com seu carinho, atenção, palavras de motivação e amor, nos proporcionou momentos de discussões enriquecedores.

Ao meu orientador, que em horários não muito convencionais, me ajudou a não desistir da produção deste.

Aos meus alunos, que por dois anos fizeram parte do meu dia-a-dia de observações.

À escola, que prontamente atendeu meu pedido para realização da pesquisa e àqueles de direta ou indiretamente contribuíram para o bom andamento deste trabalho. Muito obrigado!

Quando olho uma criança ela me inspira dois sentimentos, ternura pelo que é, e respeito pelo que pode ser. (Jean Piaget)

RESUMO

O trabalho apresenta um estudo sobre a utilização da análise do erro como forma de superar as dificuldades de aprendizagem na construção e aplicação da linguagem algébrica dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Para isso, foram realizadas e registradas observações de campo num diário de bordo e aplicação de questionários e testes com os alunos. Participaram dessa pesquisa alunos de cinco turmas de 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 02 de Brazlândia, uma escola da rede pública do Distrito Federal, bem como o professor regente. O nível de dificuldade das situações-problema foi classificado de acordo com a Taxonomia de Bloom. A pesquisa tem caráter qualitativo objetivando mostrar que, a análise do erro sob o ponto de vista construtivista, adotado pelo Currículo Em Movimento da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal/SEE-DF, pode ser uma estratégia para promover o letramento matemático do aluno. Pretende-se também, levar o professor a repensar suas práticas pedagógicas, sobretudo com relação à ideia de que, para aprender é preciso errar e que esse erro pode ser o ponto de partida para a construção do conhecimento. Com essa proposta, pretende-se contribuir para o desenvolvimento da autonomia e do pensamento crítico desse estudante.

Palavras-chave: Erro. Taxonomia de Bloom. Aprendizagem de Álgebra. Situação-problema

ABSTRACT

The paper presents a study on the use of error analysis as a way to overcome learning difficulties in the construction and application of algebraic language of students in 9th grade of elementary school. For this, observations were made and recorded in a logbook as well questionnaires and tests with the students. Participated in this study students from five classes of 9th grade of elementary school center 02 Brazlândia a public school in the Federal District, and the classroom teacher. The level of difficulty of the problem situations were classified according to Bloom's Taxonomy. The research is qualitative aiming to show that the analysis of the error from the point of view of formative assessment adopted by the Curriculum Moving the State Department of Education of the Federal District SEE-DF may be a strategy to promote mathematical literacy for the student. It is also intended, lead teachers to rethink their teaching practices, especially with respect to the idea that we need to make mistakes in order to learn, this error may be the starting point for the construction of knowledge. With this proposal, we intend to contribute to the development of autonomy and critical thinking that student.

Keywords: Error. Bloom’s Taxonomy. Algebra Learning. Problem-situation.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

DF – Distrito Federal

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério da Educação e Cultura

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT

SEEDF – Secretaria de Educação de Estado do Distrito Federal

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ensinar para o século XXI é enfrentar desafios. A sociedade sofreu profundas mudanças no último século, mas os resquícios dos modelos educacionais de outrora ainda estão muito presentes nas nossas escolas. A fragmentação do ensino, a precarização da educação por falta de políticas públicas eficientes, a má formação dos docentes e práticas avaliativas classificatórias e excludentes são alguns dos fatores que ainda enfrentamos quando falamos sobre Educação.

É crescente o número de pesquisas que buscam compreender tais fatores e propor estratégias de superação. Essas pesquisas, inclusive, criaram novas áreas do conhecimento como, por exemplo, a Educação Matemática, uma área complexa e que tem se fortalecido nas últimas décadas.

> A Educação Matemática se apresenta como área complexa de atuação, pois traz, de modo estrutural, em seu núcleo constitutivo, a Matemática e a Educação com suas especificidades. Essas especificidades se revelam nas atividades práticas pautadas nessas ciências, como aquelas de ensino ou de aplicação do conhecimento, bem como no que concerne ao próprio processo de produção de conhecimento. (BICUDO, 2013, p. 1).

O ensino de Álgebra como parte integrante do currículo de Matemática da Educação Básica, tem motivado pesquisas nessa área como nos trabalhos de Miquelino (2013), Mondini e Bicudo (2010) e Oliveira (2002), e mostram que a dificuldade na aprendizagem de álgebra pode percorrer toda a vida escolar do aluno caso não sejam analisadas as situações de aprendizagem bem como as práticas pedagógicas utilizadas durante o processo de construção da linguagem algébrica.

De acordo com a definição do dicionário Houaiss da Língua Portuguesa o significado da palavra álgebra é: “s.f. Ciência do cálculo das grandezas abstratas, representadas por letras. Livro que trata desta ciência. Fig. Coisa difícil de compreender: isto é álgebra”.

Esse sentimento de que álgebra é sinônimo de “coisa difícil de aprender” está presente na sala aula e, muitas podem ser as causas que levam o aluno ao fracasso em Álgebra, como por exemplo, o formalismo da linguagem simbólica, a metodologia sem enfoque no aluno e instrumentos de avaliação que visam o resultado e não o processo, dentre outros.

Algumas medidas governamentais, como forma de promover discussões acerca do tema, foram adotadas. Os idealizadores dos PCN esperam que os professores tenham clareza de suas próprias concepções matemáticas. O documento sustenta que o conhecimento matemático é historicamente construído e, portanto, está em permanente evolução. Assim, o ensino da matemática precisa incorporar essa perspectiva, possibilitando ao aluno reconhecer as contribuições que ela oferece para compreender as informações e posicionar-se criticamente diante delas (BRASIL 1998: p.57).

Faz-se necessário compreender como a escola e o professor têm entendido seus papéis no sentindo de contribuir para a formação do letramento matemático que, de acordo com a definição do PISA refere-se "a capacidade de um indivíduo para identificar e entender o papel que a matemática representa no mundo, fazer julgamentos matemáticos bem fundamentados e empregar a matemática de forma que satisfaçam as necessidades gerais do indivíduo e de sua vida futura como um cidadão construtivo, preocupado e reflexivo". (OECD/PISA, 2000, p. 41)

Buscando assimilar melhor essas questões, na primeira subseção da fundamentação teórica é feita uma breve análise histórica sobre a introdução da Álgebra no currículo da Educação Básica no Brasil. Na segunda subseção, é apresentado um panorama sobre os objetivos da aprendizagem da Matemática, e mais especificamente sobre aprendizagem da linguagem algébrica no que se refere ao estudo de funções, presentes nos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Currículo em Movimento da Educação Básica do Distrito Federal. Na terceira subseção, é feita uma abordagem sobre o papel do erro na construção do conhecimento matemático, apoiados na teoria construtivista piagetiana. Na quarta e última subseção, é apresentada uma proposta de análise do erro em Álgebra baseado na Taxonomia de Bloom e estratégias que podem auxiliar a construção do letramento matemático.

Este trabalho, realizado através de uma pesquisa de cunho qualitativo, utilizou-se de observações, questionários e entrevistas com alunos das turmas do 9° ano de uma escola pública do Distrito Federal. Além disso, foram aplicadas atividades de verificação de aprendizagem, a fim de compreender os erros mais comuns na construção e utilização da linguagem algébrica no que se refere à aprendizagem de função.

Concluindo este trabalho, percebe-se a importância do papel do professor enquanto mediador e facilitador na construção do conhecimento do aluno, no sentido de que, mais importante do que perceber o erro como representação daquilo que o aluno não compreende, é poder utilizá-lo como ponto de partida para entender as razões pelas quais o erro ocorre e elaborar estratégias com vistas a superá-lo, proporcionando ao aluno a possibilidade de promoção e o desenvolvimento da criação, da autonomia e do letramento matemático.

2 CAMINHO DA PESQUISA

O objetivo desta seção é detalhar o caminho utilizado para realização da pesquisa descrevendo o problema, a motivação para a escolha do tema, os objetivos, o tipo de pesquisa, os participantes, os instrumentos e tratamento dos dados. Na primeira subseção é descrita a justificativa do trabalho, bem como o contexto no qual a pesquisa foi elaborada e a motivação para escolha desse tema. Na segunda subseção, apresentam-se os objetivos e, por conseguinte, a metodologia da pesquisa. Na última subseção, é feita a descrição dos sujeitos da pesquisa.

2.1 Justificativa e Contextualização

A motivação para a realização dessa pesquisa foi o desconforto com a situação de dificuldade dos alunos nos anos finais do ensino fundamental, mais especificamente alunos do 9º ano, na aprendizagem de função. Ao deparar-se com situações-problema que requerem modelagem por meio de uma função afim, e respectivo uso dessa ferramenta para sua resolução, o aluno se vê diante de um grande desafio.

Além da rigidez e do formalismo da linguagem algébrica, as dificuldades e os erros apresentados pelos estudantes podem também ter influência das práticas sociais desses indivíduos. Ou seja, existe um abismo entre a Matemática aprendida na escola e suas práticas sociais, como afirma D'Ambrósio:

> A matemática dos sistemas escolares é congelada. São teorias em geral antigas, desligadas da realidade. Foram concebidas e desenvolvidas em outros tempos, outros espaços. Será que essa matemática, que chamamos de acadêmica, é importante para todos os povos? Sem dúvida. A sociedade moderna não funciona sem essa matemática, a tecnologia moderna não se aplica sem essa matemática, as teorias científicas não podem ser trabalhadas sem essa matemática. Mesmo as artes e as humanidades estão impregnadas dessa matemática (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 3).

É comum que os alunos tenham uma visão pessimista com relação à Álgebra ensinada nas escolas nos dias de hoje, já que não conseguem perceber que o caminho trilhado em busca da unificação da linguagem algébrica e da simbologia acompanha a história do desenvolvimento humano e que, o erro, faz parte desse processo. O aluno passa a ter contato com essa nova linguagem a partir do 7º ano do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio e, garantir uma apropriação efetiva dessa linguagem é sinônimo de garantir uma transição natural entre Aritmética e Álgebra, além de oferecer condições propícias para o uso efetivo dessa linguagem em seu contexto social.

Dessa forma, as práticas de letramento matemático, merecem atenção especial no processo de ensino-aprendizagem de álgebra, pois aponta como característica fundamental do aluno o desenvolvimento da capacidade de compreender o papel da Matemática no mundo atual e sua utilização de forma consciente e crítica para a transformação da sociedade na qual está inserido como aponta a definição do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP):

> O letramento matemático refere-se à capacidade de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo moderno, de tal forma a fazer julgamentos bem embasados e a utilizar e envolver-se com a Matemática, com o objetivo de atender às necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel de cidadão consciente, crítico e construtivo. (INEP, 2009, p.1)

Esta pesquisa investiga, portanto, questões como: Quais são os erros e dificuldades apresentados pelos alunos no estudo de funções e quais as possíveis causas? Como a análise do erro pode auxiliar na superação dessas dificuldades? Essa análise pode nortear práticas que favoreçam a formação do letramento matemático?

Objetivo geral

Possibilitar, partindo da perspectiva do letramento matemático, o desenvolvimento da capacidade do aluno em dominar o uso da linguagem algébrica aplicado à função afim e posicionar-se diante da informação interagindo de forma crítica e ativa.

Objetivos específicos

- Analisar situações de aprendizagem em sala de aula quanto à construção da linguagem algébrica e os principais erros cometidos.
- Promover o uso da Taxonomia de Bloom para a análise dos erros cometidos pelos alunos.

- Proporcionar situações de resolução de situações-problema, em grupos, utilizando e aplicando o conhecimento algébrico no que se refere à função afim.
- Utilizar o erro como estratégia didática para promover a aprendizagem.

2.2 Abordagem da pesquisa

Este trabalho foi guiado por uma metodologia qualitativa e buscou-se compreender as dificuldades do aluno do na aprendizagem de Álgebra que o conduzem ao erro, examinando o ambiente da sala de aula, as interações professor-aluno e aluno-aluno que são a essência do processo de ensino aprendizagem.

Partindo do pressuposto de que o aluno é agente ativo na construção de seu conhecimento o papel do professor enquanto educador ganha novas dimensões, tais como: facilitador, mediador, organizador e incentivador das aprendizagens. Analisar essas relações e suas implicações, de forma qualitativa, aponta caminhos para a adoção de práticas que auxiliem na melhoria desse processo.

Para Minayo (2001), a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Quanto à natureza, esta se caracteriza como pesquisa aplicada, pois visa gerar uma discussão em torno da problemática e apontar possíveis formas de superação, e ainda, com base nos objetivos, esta se mostra como pesquisa exploratória uma vez que, busca-se compreender melhor as dificuldades dos alunos na construção e uso da linguagem algébrica, bem como o papel do erro nesse processo, proporcionando maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses.

Dessa forma, a coleta de dados ocorreu por meio de levantamento entrevistas com os alunos, aplicação de testes de diferentes níveis em diferentes tempos cujas respostas foram utilizadas, inclusive, para ilustrar os dados quantitativos da pesquisa.

O procedimento adotado foi a pesquisa-ação, pois pressupõe-se uma ação, na tentativa de superação do que envolve os participantes da pesquisa e o pesquisador, realizada de modo cooperativo. Para Fonseca (2002):

> A pesquisa-ação pressupõe uma participação planejada do pesquisador na situação problemática a ser investigada. O processo de pesquisa recorre a uma metodologia sistemática, no sentido de transformar as realidades observadas, a partir da sua compreensão, conhecimento e compromisso para a ação dos elementos envolvidos na pesquisa (p. 34).
>
> O objeto da pesquisa-ação é uma situação social situada em conjunto e não um conjunto de variáveis isoladas que se poderiam analisar independentemente do resto. Os dados recolhidos no decurso do trabalho não têm valor significativo em si, interessando enquanto elementos de um processo de mudança social. O investigador abandona o papel de observador em proveito de uma atitude participativa e de uma relação sujeito a sujeito com os outros parceiros. O pesquisador quando participa na ação traz consigo uma série de conhecimentos que serão o substrato para a realização da sua análise reflexiva sobre a realidade e os elementos que a integram. A reflexão sobre a prática implica em modificações no conhecimento do pesquisador (FONSECA, 2002, p. 35).

Ou seja, a utilização do erro como forma de superar a dificuldade na aprendizagem de Álgebra ganha papel de destaque no contexto da sala de aula, uma vez que, a análise desse erro é feita de forma coletiva, abandonando o conceito do erro como indicador de fracasso do aluno e tendo o mesmo como fim do processo de aprendizagem.

Por se tratar de uma população relativamente grande, foram escolhidos aleatoriamente, 62 alunos dentre os 158 que compõem as cinco turmas descritas na subseção seguinte. Dessa forma, foi possível analisar alunos com diferentes níveis de desenvolvimento cognitivo uma vez que existem características discrepantes entre as turmas.

2.3 Cenário e sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada no ano de 2015 no Centro de Ensino Fundamental 02, situada na região administrativa de Brazlândia - DF e os sujeitos da pesquisa foram os alunos do 9º ano justamente por estarem finalizando esta etapa do ensino.

Apesar de estar localizada na zona urbana há um grande contingente de alunos oriundos da zona rural e de regiões que pertencem ao estado de Goiás que fazem fronteira com Brazlândia. São alunos de classe média baixa e a grande maioria estuda na escola desde o Ensino Fundamental Anos Iniciais. A média de idade dos alunos é 14 anos, porém as turmas D e E possuem um grande número de alunos repetentes e, portanto se encontram fora da faixa etária esperada para alunos do 9º ano.

O número de alunos matriculados e frequentes nas turmas de 9° ano está assim distribuído: 9º A com 35 alunos, 9º B com 36 alunos, 9º C com 35, 9º D com 25 alunos e 9º E com 27 alunos.

A escola possui 597 alunos matriculados no EJA (turno noturno) e 974 alunos matriculados no ensino regular no turno diurno além de 79 funcionários. São 17 salas de aula, todas equipadas com televisor LCD 40 polegadas além de biblioteca, laboratório de informática, quadra poliesportiva coberta, vestiário, *playground*, pátio de recreio e cantina.

A escolha da pesquisa com as cinco turmas do 9º ano se deu pelo fato da familiaridade com as mesmas adquirida desde o ano anterior. Dessa forma, a proximidade e experiência com as turmas puderam enriquecer a pesquisa já que os alunos e a escola se mostraram bastante envolvidos no processo de observação e aplicação de testes.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Aspectos históricos do ensino da Álgebra no Brasil

Desde a introdução da Álgebra no currículo do ensino fundamental até a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e, mais recentemente, o Currículo Em Movimento da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal, o ensino e o currículo passaram por diversas transformações que de uma forma ou de outra contribuíram para o quadro apresentado hoje sobre ensino e aprendizagem de Álgebra. De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a álgebra foi introduzida no ensino brasileiro através da Carta Régia de 19 de agosto de 1799 e já era previsto o ensino por meio de aulas avulsas, sem conexão com nenhuma das disciplinas já constantes do currículo como Aritmética, Geometria e Trigonometria.

As disciplinas matemáticas eram ensinadas de forma separadas e com professores diferentes e, essa forma mecânica e esvaziada de sentidos perdurou durante o século XIX e início do século XX. Com o Movimento Matemática Moderna, no início dos anos 60, houve uma tentativa de se unificar a Matemática e uma preocupação em superar a forma mecânica com a qual era reproduzida. Com o declínio desse movimento, a Álgebra perdeu o destaque que havia conquistado e, mais recentemente volta a ganhar lugar privilegiado no ensino de Matemática, mas pelos resultados obtidos pelos estudantes em exames de avaliação internacional, percebe-se que ainda existe uma grande lacuna entre a Álgebra ensinada na escola e as situações de resolução de problemas que exigem o uso da linguagem algébrica.

3.2 A Álgebra nos PCN e o Currículo em Movimento

A derrocada do Movimento Matemática Moderna no Brasil trouxe consigo tristes constatações de que, embora a tentativa de romper com o modelo de ensino de Álgebra que havia se instaurado desde o final do século XIX tenha sido válida, por outro lado houve uma preocupação excessiva com a formalização e distanciamento de questões práticas (BRASIL, 1998).

São bastante frequentes questionamentos, por parte de nossos alunos, do tipo:

- Onde eu vou usar função na minha vida?

- Para que serve isso?

- Por que temos que estudar isso, professor?

O estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas (PCN, 1998, p.115).

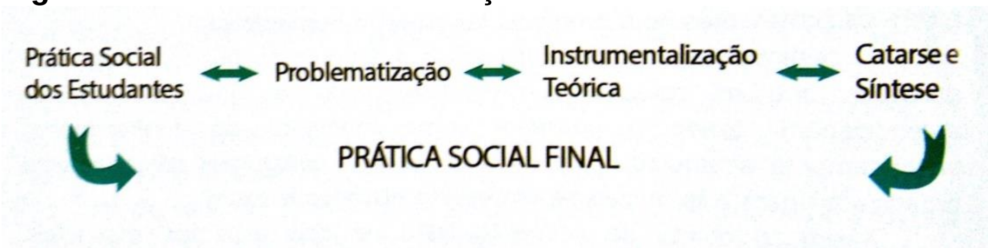
O ensino de forma isolada desse conteúdo, não permite ao aluno perceber o caráter dinâmico e integrador que ele possui. Parte da Trigonometria está dedicada ao estudo de funções e seus respectivos gráficos, as sequências numéricas (progressões aritméticas e geométricas), nada mais são do que casos particulares de funções, juros simples e juros composto são funções. Obviamente essas integrações não ocorrem apenas na Matemática de forma pura e abstrata, mas é a base para analisar fenômenos da Física, da Química, da Economia, da Biologia e tantas outras áreas do conhecimento. Assim, a escola deve se encarregar de criar condições necessárias para que o ensino não seja pautado na tarefa árdua e enfadonha dos cálculos, mas sim na capacidade de interpretação e aplicação dos conceitos estudados em diferentes situações de suas práticas sociais.

Corroborando com os PCN, o Curículo Em Movimento da Secretaria de Educação do Distrito Federal (2014) nos diz que “a utilização de estratégias didático-pedagógicas deve ser desafiadora e provocadora, levando em conta a construção dos estudantes, suas hipóteses e estratégias na resolução de problemas apresentados”.

> Por ser de domínio exclusivo da escola, o fracasso em Álgebra escolar significa um fracasso *absoluto*. Se você fracassa no Português escolar, isso não o impede de falar; se você fracassa em Educação Física escolar, isso não o impede de jogar bola na rua, Mas, se você fracassa na álgebra escolar... (GIMÉNEZ, LINS 1997).

Nessa perspectiva, o aluno deve ser instigado e orientado, assumindo assim papel ativo na construção e posterior utilização da linguagem algébrica. Cabe ao professor, portanto, criar situações de aprendizagem que estimulem a curiosidade e a criatividade do aluno, proporcionando uma efetiva aprendizagem de diferentes funções da Álgebra tais como: generalizar, reconhecer relação entre duas grandezas, modelar problemas por meio de equações e utilizar procedimentos algébricos para resolução das mesmas (BRASIL, 1998).

Figura 1 – Processo de construção do conhecimento



Fonte: Currículo em Movimento da Educação Básica SEEDF (2014)

Se o papel da educação é formar indivíduos com a capacidade de resolver problemas, fica claro que, o erro não pode ser fator limitante do processo, pelo contrário, deve servir como mola propulsora como veremos na seção a seguir.

3.3 O erro como estratégia didática

De acordo com a perspectiva genética de Piaget, o erro pode ser compreendido como elemento fundamental do processo de construção do conhecimento. Segundo Pinto (2000) na teoria construtivista são contemplados tanto o acerto quanto o erro, pois eles fazem parte do processo de invenção e descoberta. O medo de errar compromete o desenvolvimento cognitivo do aluno já que, se não há uma devolutiva do professor, o aluno não consegue por si só identificar a origem do erro, como corrigi-lo e superá-lo.

Ao ser visto de modo construtivo, a partir de uma perspectiva sociológica, o erro deve perder sua conotação negativa, passando a ser a essência da pedagogia do *sucesso* e não do fracasso escolar. Uma aprendizagem para o êxito considera o erro como um elemento essencial para a construção do sujeito, favorece um “educar-se” para aceitar-se (a si e aos outros), em suas diferenças, físicas, emotivas e intelectuais. Ao ser visto de modo construtivo pelo professor, o erro colabora para a boa autoestima do aluno. Porém, para que ele “acerte mais”, é preciso que tenha a oportunidade de “errar mais”, sem ser punido. (PINTO, 2000, grifo do autor)

Essa preocupação tem levado muitos professores a repensarem suas práticas pedagógicas criando situações em que o erro do aluno é ponto de partida para a reelaboração do seu planejamento didático com vistas a identificar suas causas e possíveis soluções. Borasi (1996) afirma que, ao avaliar a resolução de um problema não somente pelo produto final, mas especialmente pelo processo de solução, podemos analisar a forma como o aluno solucionou a questão, descobrindo suas estratégias, detectando dificuldades e tecendo hipóteses sobre os erros.

Para De La Torre *et al*. (1994 apud Cury, 2000, pág. 63), em geral o professor tende a agir sobre o erro a partir de uma perspectiva essencialmente empirista, isto é, corretiva. Essa “postura corretiva”, que considera o erro como uma incapacidade do aluno, pode ser substituída por uma “postura construtiva”, em que se dá mais importância aos procedimentos do que aos resultados [...].

A construção do pensamento matemático está presente no cotidiano dos alunos a todo instante e privilegiar situações que explorem esse potencial em sala de aula através de problemas contextualizados, jogos, História da Matemática e recursos tecnológicos são alguns exemplos de como proporcionar ao aluno a oportunidade de buscar uma solução alternativa para um problema, desenvolver sua criatividade, apresentar as dificuldades encontradas na busca pela solução e entender o motivo do erro. Assim, a o aluno é capaz de atingir um nível diferente dos seus esquemas mentais e esse trabalho contínuo promove a aprendizagem.

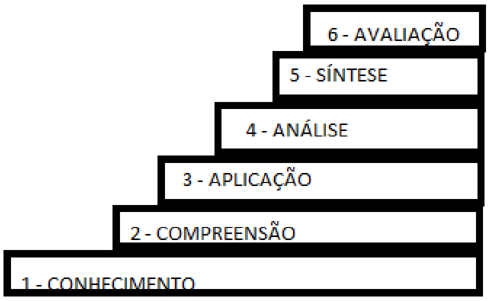
> Estas propostas partem do princípio de que o aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências e essas interpretações ocorrem inclusive quando se trata de um fenômeno matemático. São as interpretações dos alunos que constituem o se saber matemática "de fato". Muitas vezes o aluno demonstra, através de respostas a exercícios, que aparentemente compreendeu algum conceito matemático; porém, uma vez mudado o capítulo de estudo ou algum aspecto do exercício, o aluno nos surpreende com erros inesperados. É a partir do estudo dos erros cometidos pelos alunos que poderemos compreender as interpretações por eles desenvolvidas. (D’AMBRÓSIO, B. 1989, p. 2)

Nesta perspectiva, o papel do professor deve ser o de mediador, aquele que guia o processo de ensino-aprendizagem, ciente da sua intencionalidade, que estabelece diálogo constante com seus alunos auxiliando-os no desenvolvimento da autonomia perante o conhecimento e na formação de cidadãos capazes de utilizar a Matemática (Álgebra) em diferentes contextos das suas práticas sociais.

3.4 A Taxonomia de Bloom e a análise do erro

Benjamin S. Bloom, juntamente de outros teóricos, formularam na década de 1950 a Taxonomia dos Objetivos Educacionais: Domínio Cognitivo, ou simplesmente, Taxonomia de Bloom que, de forma resumida, propunha uma classificação nos níveis de aprendizagem. Com essa taxonomia buscou-se analisar os níveis de habilidades cognitivas e, dessa forma, mensurar a realização dos objetivos educacionais (Moreira, 1999).

Figura 2. Níveis de desenvolvimento cognitivo da Taxonomia de Bloom



Fonte: o Autor (2015)

Analisando a figura acima, percebe-se que existe, ainda que não explícita, uma hierarquia entre os níveis da taxonomia, no entanto, isso não significa que um nível seja mais importante do que o outro, mas que funcionam como degraus que guiarão o indivíduo em direção à compreensão do assunto na sua forma mais plena.

Embora tenha sofrido diversas mudanças ao longo dos anos e vários questionamentos quanto a hierarquia entre os níveis de desenvolvimento cognitivo proposta, a estrutura principal da Taxonomia de Bloom ainda orienta muitos estudos na área de educação, orientando objetivos educacionais, práticas avaliativas e projetos, além de orientar profissionais fora da área acadêmica. Os níveis do domínio cognitivo estão explicitados mais detalhadamente no quadro abaixo.

Quadro 1 – Níveis de desenvolvimento cognitivo de Bloom (continua)

Categoria	**Descrição**
1. Conhecimento	“**Definição**: Habilidade de lembrar informações e conteúdos previamente abordados como fatos, datas,

	palavras, teorias, métodos, classificações, lugares, regras, critérios, procedimentos e etc. A habilidade pode envolver lembrar uma significativa quantidade de informação ou fatos específicos. O objetivo principal desta categoria nível é trazer à consciência esses conhecimentos. **Subcategorias**: 1.1 Conhecimento específico: Conhecimento de terminologia; Conhecimento de tendências e sequências; 1.2 Conhecimento de formas e significados relacionados às especificidades do conteúdo: Conhecimento de convenção; Conhecimento de tendência e sequência; Conhecimento de classificação e categoria; Conhecimento de critério; Conhecimento de metodologia; e 1.3 Conhecimento universal e abstração relacionado a um determinado campo de conhecimento: Conhecimento de princípios e generalizações; Conhecimento de teorias e estruturas **Verbos:** enumerar, definir, descrever, identificar, denominar, listar, nomear, combinar, realçar, apontar, relembrar, recordar, relacionar, reproduzir, solucionar, declarar, distinguir, rotular, memorizar, ordenar e reconhecer.
2. Compreensão	**Definição**: Habilidade de compreender e dar significado ao conteúdo. Essa habilidade pode ser demonstrada por meio da tradução do conteúdo compreendido por uma nova forma (oral, escrita, diagramas etc.) ou contexto. Nessa categoria, encontra-se a capacidade de entender a informação ou fato, de captar seu significado e de utilizá-la em contextos diferentes **Subcategorias**: 2.1 Translação; 2.2 Interpretação e 2.3 Extrapolação

	Verbos: alterar, construir, converter, decodificar, defender, definir, descrever, distinguir, discriminar, estimar, explicar, generalizar, dar exemplos, ilustrar, inferir, reformular, prever, reescrever, resolver, resumir, classificar, discutir, identificar, interpretar, reconhecer, redefinir, selecionar, situar e traduzir.
3. Aplicação	**Definição**: Habilidade de usar informações, métodos e conteúdos aprendidos em novas situações concretas. Isso pode incluir aplicações de regras, métodos, modelos, conceitos, princípios, leis e teorias. **Verbos**: aplicar, alterar, programar, demonstrar, desenvolver, descobrir, dramatizar, empregar, ilustrar, interpretar, manipular, modificar, operacionalizar, organizar, prever, preparar, produzir, relatar, resolver, transferir, usar, construir, esboçar, escolher, escrever, operar e praticar
4. Análise	**Definição**: Habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores com a finalidade de entender a estrutura final. Essa habilidade pode incluir a identificação das partes, análise de relacionamento entre as partes e reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos. Identificar partes e suas inter-relações. Nesse ponto é necessário não apenas ter compreendido o conteúdo, mas também a estrutura do objeto de estudo. **Subcategorias:** Análise de elementos; Análise de relacionamentos; e Análise de princípios organizacionais. **Verbos**: analisar, reduzir, classificar, comparar,

	contrastar, determinar, deduzir, diagramar, distinguir, diferenciar, identificar, ilustrar, apontar, inferir, relacionar, selecionar, separar, subdividir, calcular, discriminar, examinar, experimentar, testar, esquematizar e questionar.
5. Síntese	**Definição**: Habilidade de agregar e juntar partes com a finalidade de criar um novo todo. Essa habilidade envolve a produção de uma comunicação única (tema ou discurso), um plano de operações (propostas de pesquisas) ou um conjunto de relações abstratas (esquema para classificar informações). Combinar partes não organizadas para formar um "todo". **Subcategorias**: 5.1 Produção de uma comunicação original; 5.2 Produção de um plano ou propostas de um conjunto de operações; e 5.3 Derivação de um conjunto de relacionamentos abstratos. **Verbos**: categorizar, combinar, compilar, compor, conceber, construir, criar, desenhar, elaborar, estabelecer, explicar, formular, generalizar, inventar, modificar, organizar, originar, planejar, propor, reorganizar, relacionar, revisar, reescrever, resumir, sistematizar, escrever, desenvolver, estruturar, montar e projetar
6. Avaliação	**Definição**: Habilidade de julgar o valor do material (proposta, pesquisa, projeto) para um propósito específico. O julgamento é baseado em critérios bem definidos que podem ser externos (relevância) ou internos (organização) e podem ser fornecidos ou conjuntamente identificados. Julgar o valor do conhecimento. **Subcategorias**: 6.1 Avaliação em termos de evidências

	internas; e 6.2 Julgamento em termos de critérios externos. **Verbos:** Avaliar, averiguar, escolher, comparar, concluir, contrastar, criticar, decidir, defender, discriminar, explicar, interpretar, justificar, relatar, resolver, resumir, apoiar, validar, escrever um *review* sobre, detectar, estimar, julgar e selecionar.”

Fonte: Bloom et al. (1956), Bloom (1986).

De posse dessas informações, o professor pode analisar o erro produzido pelo aluno numa perspectiva muito mais ampla, analisando os esquemas mentais utilizados pelo aluno para avançar para o nível seguinte, que fatores contribuíram para que o erro ocorresse e, com isso, elaborar um plano de ação em que o erro passa a ser analisados em níveis diferenciados de acordo com os objetivos propostos, a metodologia e instrumentos utilizados. Se o aluno apresenta erros que são classificados no nível 3, o professor pode verificar se o erro foi produzido em decorrência de falhas no nível 2 ou 1. Por exemplo, se o aluno apresenta erro de interpretação de um problema que envolve a linguagem algébrica (nível 3), esse erro pode ser devido à dificuldade de traduzir o problema utilizando símbolos (nível 2) ou devido a dificuldade de relacionar linguagem escrita e linguagem algébrica (nível 1), dessa forma, o erro pode ser utilizado de maneira a promover a aprendizagem do aluno, alcançando a plenitude em cada nível do desenvolvimento.

Os verbos (ações) utilizados na taxonomia de Bloom orientam os objetivos do professor, desde a escolha e seleção dos conteúdos, passando pelo planejamento dos métodos e técnicas de ensino, escolha dos instrumentos avaliativos, análise do erro e, intervenção durante todo o processo.

Em suma, analisar o erro utilizando a taxonomia de Bloom como elemento norteador é dar novo significado ao papel do erro no processo de desenvolvimento cognitivo e, consequentemente, isso implica numa mudança de postura por parte do docente. É também promover a avaliação formativa no sentido mais amplo da sua definição tendo em vista que essa análise demanda um constante reavaliar do fazer pedagógico.

4. APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE DOS DADOS

Esta seção apresenta a análise dos dados coletados durante a pesquisa. Os instrumentos utilizados para a realização do estudo foram elaborados com o intuito de analisar os erros e dificuldades apresentados pelos alunos durante o processo de aprendizagem de funções e da utilização da linguagem algébrica em situações-problema que exigem a modelagem através de funções. Os testes foram aplicados em três etapas entre os meses de agosto e outubro, com atividades que se diferenciavam pelo nível de complexidade cognitiva exigido na resolução, segundo a Taxonomia de Bloom. Em cada etapa foi aplicado um grupo de atividades.

Grupo I: composto de três questões, a primeira e a terceira formada por quatro itens e a segunda formada por três itens. APÊNDICE A – teste 1.

Grupo II: composto de duas questões, a primeira composta de quatro itens e a segunda composta por três itens. APÊNDICE B – teste 2.

Grupo III: composto de uma única questão formada por cinco itens. APÊNDICE C - teste 3.

A partir destes testes, foi analisado, segundo a Taxonomia de Bloom, em que nível do processo de desenvolvimento cognitivo o aluno apresenta dificuldade.

Baseando-se nos referenciais teóricos e nos resultados dos testes aplicados, apresenta-se uma análise quantitativa através de tabelas, seguida de uma análise qualitativa através de texto explicativo e possíveis intervenções em prol do letramento matemático. Este capítulo foi dividido em quatro subseções onde são apresentados os resultados obtidos nos testes e nas entrevistas com os alunos.

Respectivamente, são apresentados na primeira, segunda e terceira seções os resultados obtidos com os testes dos grupos I, II e III. As respostas dos alunos utilizadas como ilustração estão identificadas por: Aluno A, Aluno B, Aluno C e assim sucessivamente sendo que, um mesmo teste pode ter sido utilizado para ilustrar diferentes questões. Na quarta e última seção, apresenta-se os dados obtidos nas entrevistas dos alunos.

4.1 Análise do grupo I

São questões que representam situações-problema que envolvem, além de conhecimento algébrico, o conhecimento geométrico e noções de matemática financeira e que têm como objetivo verificar a capacidade do aluno em lembrar definições como perímetro, grandezas, variáveis e porcentagem. Ainda, a capacidade de trabalhar a modelagem da situação-problema por meio de uma função afim e, de posse da função e dos dados apresentados, efetuar os cálculos requisitados.

QUESTÕES:

1) Responda:

a) Escreva a expressão que define a relação entre o lado de um quadrado e seu perímetro

b) Qual é a grandeza dependente nessa relação? E a independente?

c) Se dois quadrados possuem o mesmo perímetro, o que é possível afirmar sobre as medidas de seus lados?

d) Se o perímetro de um quadrado é de 80 cm, qual é a medida de seu lado?

ACADEMIA DANÇA COMIGO

Cursos de férias:
Forró, Samba e Salsa
Taxa de inscrição: R$ 40,00
Valor da aula: R$ 20,00 (qualquer ritmo)
Aproveite!

2) Mariana quer aproveitar as férias para aprender a dançar na Academia Dança Comigo, mas precisa decidir quantas aulas pode fazer, uma vez que tem uma determinada quantia para gastar. Você pode ajuda-la a decidir.

a) Escreva uma expressão que relacione o valor que Mariana vai gastar ao número de aulas que vai fazer.

b) Quanto Mariana vai gastar, se decidir fazer 10 aulas?

c) Qual é o número máximo de aulas que Mariana pode fazer se pretende gastar, para aprender a dançar nas férias, o valor de R$ 300,00?

3) Patrícia é escovista em um salão de beleza. Ela recebe mensalmente um salário fixo de R$ 300,00 mais uma comissão de 40% sobre o total arrecadado pelo salão com seu trabalho. O preço de uma escova é de R$ 22,00.
   a) Escreva uma fórmula que define o salário **S** de Patrícia dependendo do total **x** arrecadado pelo salão com o seu trabalho. Qual é a variável dependente? E a independente?
   b) Escreva uma fórmula que define o valor do salário **S** de Patrícia dependendo do número **n** de escovas feitas por ela em um mês.
   c) C) Qual foi o salário de Patrícia em um mês, no qual o salão arrecadou R$ 900,00 com seu trabalho?
   d) Determine o valor aproximado do salário de Patrícia em um mês em que ela fez 60 escovas nesse salão.

Tabela 1 – Análise dos erros das questões 1 e 2 – grupo I

Questão	Número de acertos	% de acertos
1 a	51	82,26
1 b	60	96,77
1 c	55	88,71
1 d	53	85,48
2 a	40	64,52
2 b	59	95,16
2 c	47	75,80

Fonte: o Autor (2015)

A tabela 1 indica os percentuais de acertos obtidos na resolução das questões 1 e 2 que propõem a escrita de uma expressão (função) que represente a situação-problema e utilização da mesma na resolução dos itens propostos.

A dificuldade apresentada na resolução da questão 1, de acordo com a Taxonomia de Bloom, aponta para os níveis 1 (Conhecimento): Lembrar a definição de perímetro de figuras geométricas já estudadas e do conceito de grandeza também discutido anteriormente em sala de aula e 2 (Compreensão): Relacionar as grandezas através de uma lei de formação e resolver o cálculo utilizando o valor que deve ser atribuído à variável. Os erros encontrados podem ser exemplificados pelos fragmentos retirados das respostas observadas.

Figura 3 – Respostas do aluno A

Escreva a expressão que define a relação entre o lado de um quadrado e seu perímetro.

a) Qual é a grandeza dependente nessa relação? E a independente?

dependente perímetro independente = lado.

b) Se dois quadrados possuem o mesmo perímetro, o que é possível afirmar sobre as medidas de seus lados?

O perímetro depende do quadrado.

c) Se o perímetro de um quadrado é de 80 cm, qual é a medida de seu lado?

320 cm

Fonte: o Autor (2015)

Figura 4. Resposta do aluno B

Escreva a expressão que define a relação entre o lado de um quadrado e seu perímetro.

a) Qual é a grandeza dependente nessa relação? E a independente?

O perímetro depende do lado.

b) Se dois quadrados possuem o mesmo perímetro, o que é possível afirmar sobre as medidas de seus lados? Todos os lados são iguais.

c) Se o perímetro de um quadrado é de 80 cm, qual é a medida de seu lado?

Todos os lados são igual a 80 cm.

Fonte: o Autor (2015)

Figura 5. Resposta do aluno C

Mariana quer aproveitar as férias para aprender a dançar na Academia "Dança Comigo", mas precisa decidir quantas aulas pode fazer, uma vez que tem uma determinada quantia para gastar. Você pode ajuda-la a decidir.

a) Escreva uma expressão que relacione o valor que Mariana vai gastar ao número de aulas que vai fazer.

$P = 20 \cdot n$

b) Quanto ~~Júlia~~ Mariana vai gastar, se decidir fazer 10 aulas?

$200 = 20 \cdot 10$

ACADEMIA DANÇA COMIGO

Cursos de férias

Forró, Samba e Salsa

Taxa de inscrição: R$ 40,00

Valor da aula: R$ 20,00 (qualquer ritmo)

Aproveite!

c) Qual é o número máximo de aulas que Júlia pode fazer se pretende gastar, para aprender a dançar nas férias, o valor de R$ 300,00?

$300 = 20 \cdot 15$

Fonte: o Autor (2015)

Embora o nível de complexidade da Questão 3 fosse semelhante ao das questões anteriores, o número de variáveis que aparecem no problema, podem ter causado uma dificuldade na tradução do enunciado para a linguagem algébrica e resolução dos itens propostos o que gerou uma grande quantidade de respostas em branco. A tabela abaixo mostra os percentuais obtidos:

Tabela 2 – Análise dos erros da questão 3 – grupo I

Questão	Número de acertos	% de alunos
3 a	19	30,65
3 b	15	24,19
3 c	11	17,74
3 d	9	14,51

.

Uma vez que o aluno consegue identificar quais são as variáveis do problema, percebe a existência da relação entre elas, mas não consegue expressá-las em forma de uma sentença matemática isso pode indicar, segundo a Taxonomia de Bloom, que o desenvolvimento cognitivo nos níveis 3 (Aplicação) e 4 (Análise) ainda não estão completamente definidos. As respostas de alguns alunos estão apresentadas na sequência.

Figura 6. Resposta do aluno D

Patrícia é escovista em um salão de beleza. Ela recebe mensalmente um salário fixo de R$ 300,00 mais uma comissão de 40% sobre o total arrecadado pelo salão com seu trabalho. O preço de uma escova é de R$ 22,00.

a) Escreva uma fórmula que define o salário **S** de Patrícia dependendo do total **x** arrecadado pelo salão com seu trabalho. Qual é a variável dependente? E a independente?

S = 40% x

S = dependente

x = independente

b) Escreva uma fórmula que define o valor do salário **S** de Patrícia dependendo do número **n** de escovas feitas por ela em um mês.

S = 22 . n

c) Qual foi o salário de Patrícia em um mês, no qual o salão arrecadou R$ 900,00 com seu trabalho?

660 . 22 n

d) Determine o valor aproximado do salário de Patrícia em um mês em que fez 60 escovas nesse salão.

1.620 . 40%

Fonte: o Autor (2015)

Figura 7. Resposta do aluno E

Patrícia é escovista em um salão de beleza. Ela recebe mensalmente um salário fixo de R$ 300,00 mais uma comissão de 40% sobre o total arrecadado pelo salão com seu trabalho. O preço de uma escova é de R$ 22,00.

a) Escreva uma fórmula que define o salário **S** de Patrícia dependendo do total **x** arrecadado pelo salão com seu trabalho. Qual é a variável dependente? E a independente?

independente S
dependente X

$S = x \div 0,4 + 300$

b) Escreva uma fórmula que define o valor do salário **S** de Patrícia dependendo do número **n** de escovas feitas por ela em um mês.

$S = 22 \cdot n$

c) Qual foi o salário de Patrícia em um mês, no qual o salão arrecadou R$ 900,00 com seu trabalho?

R$ 600,00

d) Determine o valor aproximado do salário de Patrícia em um mês em que fez 60 escovas nesse salão.

Fonte: o Autor (2015)

Figura 8. Resposta do aluno F

Patrícia é escovista em um salão de beleza. Ela recebe mensalmente um salário fixo de R$ 300,00 mais uma comissão de 40% sobre o total arrecadado pelo salão com seu trabalho. O preço de uma escova é de R$ 22,00.

a) Escreva uma fórmula que define o salário **S** de Patrícia dependendo do total **x** arrecadado pelo salão com seu trabalho. Qual é a variável dependente? E a independente?

$S = 300$

$X = \frac{40}{100} = 0,4$

$S = 300 \cdot 0,4 + 22$

$S = 142$ reais

b) Escreva uma fórmula que define o valor do salário **S** de Patrícia dependendo do número **n** de escovas feitas por ela em um mês.

$S = 300$

$N = 22$

$S = 300 + 660$

c) Qual foi o salário de Patrícia em um mês, no qual o salão arrecadou R$ 900,00 com seu trabalho?

$S = 1200$ reais

d) Determine o valor aproximado do salário de Patrícia em um mês em que fez 60 escovas nesse salão.

$S = 620$ reais

Fonte: o Autor (2015)

Após a aplicação dos testes do grupo I, houve um momento de discussão sobre os resultados obtidos, onde os alunos puderam expor as dificuldades encontradas durante a resolução dos problemas e propuseram uma alternativa que os ajudassem a melhorar os resultados nos testes seguintes. Dessa forma, o trabalho em grupo e em duplas foi intensificado a fim de que aqueles alunos que apresentaram nível de dificuldade maior tivessem a oportunidade de recuperação. Os resultados obtidos nas atividades do grupo II estão apresentados na subseção a seguir.

4.1.1 Estratégias

Com relação à questão 1, o relato dos alunos mostrou que a falta de uma figura que ilustrasse a situação-problema foi um dos fatores que contribuíram para o erro. O fato de não haver uma figura foi intencional, porque, implicitamente, representar por meio de desenho o enunciado era parte do objetivo da avaliação. Nesse sentido, o aluno reconhece o erro e sabe o porquê de ter errado. A ação desenvolvida foi no sentido de superar o erro e dar condições ao aluno de aplicar esse conhecimento em uma mesma situação, mas em contexto diferente.

Assim foi proposta uma atividade em grupo intitulada “Brincando de Perímetro” na qual os alunos de posse de 5 quadrados iguais recortados em cartolina, deveriam seguir os comandos do professor anotando as respostas no caderno. (**P** representa a fala do professore, **A** representa as falas dos alunos).

P: Se o lado de cada quadrado mede 3 cm, qual é o perímetro?

A: 3 x 4 é 12, p = 12 cm professor.

P: E se o lado de cada quadrado mede 5 cm, qual é o perímetro?

A: 5 + 5 + 5 + 5 = 20, p = 20 cm.

P: E se o lado de cada quadrado mede x cm, como fica?

A: Com letra é a mesma coisa professor?

P: Sim, o raciocínio é o mesmo.

A: Então, $x + x + x + x = 4x, p = 4x\ cm$

P: E se o lado de cada quadrado mede $y\ cm$, qual p perímetro?

A: Fácil professor, $4y\ cm$

P: Ótimo, a que conclusão vocês chegaram? Qual a relação entre as grandezas?

A: O perímetro vai depender do valor do lado sempre né professor?

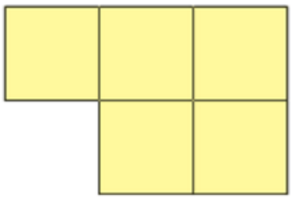
P: Exatamente, por isso dizemos que a expressão $p = 4x$ (ou qualquer outra letra) representa o perímetro do quadrado em função do lado.

P: O desafio agora é que vocês utilizem os quadrados de cartolina para montar outras figuras e utilizando x, y, z ou quaisquer outras letras como medida do lado do quadrado escrever a expressão que representa o perímetro de cada figura.

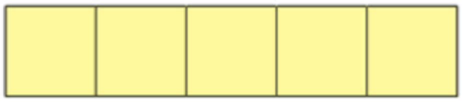
A: Pode usar quantos quadrados quiser?

P: Sim, tentem usar diferentes quantidades de quadrados e formar diferentes figuras:

A: Lado do quadrado: a, então o perímetro fica $p = 10.a$



A: Lado do quadrado: x, então o perímetro vai ser $12.x, p = 12x$



A grande maioria optou por formar figuras que utilizassem os 5 quadrados recortados em cartolina e todos se mostraram bastante envolvidos com a atividade, inclusive alguns montaram um grande número de figuras e calcularam corretamente os respectivos perímetros.

Percebe-se que a manipulação de material concreto e o trabalho em grupo favoreceram uma melhor compreensão do tema abordado e posterior aplicação em contexto diferente.

Com relação à questão 2, o aluno apresentou domínio sobre o erro, pois compreendeu a situação proposta e a dificuldade foi na modelagem do problema através de uma função afim. Dessa forma, a proposta para uma aprendizagem mais significativa foi a de explorar outras situações do dia-a-dia semelhante a do problema proposto.

Assim, os alunos trouxeram para a sala de aula, os talões das contas de água e luz de suas casas e analisaram que desconsiderando encargos, multas e impostos a composição do valor a ser pago nas contas de água e luz era semelhante a do problema proposto. Uma taxa fixa (para a conta de água referente ao esgoto e para a conta de luz referente à iluminação pública) e um valor cobrado que depende do consumo.

Figura 9. Faturas de contas de luz e água

Fonte: Elaborado pelo autor (2015)

O fato de alguns alunos residirem em regiões do entorno, favoreceu um ambiente de troca de ideias, uma vez que as taxas e valores são diferentes para cada estado. A atividade foi encerrada com modelagem por meio de uma função das contas de água e luz de ambas as regiões.

Como observado na Tabela 3, um grande número de alunos, ou não conseguiram ou responderam a questão de forma errada e, pela fala dos alunos, no momento de entrega e discussão dos resultados, muitos relataram que tiveram dificuldades de interpretar o enunciado da questão e por isso não conseguiram responder. Foi então realizada uma correção do exercício com a participação dos alunos e posterior resolução de problemas de exercícios que apresentavam características semelhantes, como por exemplo, fórmula para o cálculo do salário de um vendedor que ganha comissão. Com relação a leitura e interpretação de enunciados, foi utilizada a atividade “Problema em tiras com dados em separado”, onde as frases que formam o enunciado do problema são recortados em tiras e os dados numéricos são separados. Em grupos os alunos deveriam montar o texto do enunciado de forma correta e resolvê-lo.

Com essa atividade, acredita-se na possibilidade de desenvolver a habilidade de leitura e compreensão de textos em jornais e revistas que tratem de economia, estatística e outros assuntos de forma mais dinâmica e crítica.

4.2 Análise do grupo II

O objetivo da questão 1 é verificar a capacidade do aluno em observar uma tabela, analisar uma sequência de números, prever qual será o próximo número e generalizar através de uma fórmula uma maneira de encontrar um termo qualquer dessa sequência. Para a questão 2, o objetivo foi verificar a capacidade do aluno de escrever fórmulas que represente o problema, em especial, perceber o conceito de função como essencial para resolução de problemas em outras áreas do conhecimento.

Questão 1) As figuras desta sequência foram formadas por palitos de fósforos

a) Complete a tabela

Número de losangos	1	2	3	4	5	6	7	8	X
Número de palitos									

b) Escreva a sentença matemática que expressa o número **p** de palitos de acordo com o número **n** de losangos formados.
c) Para se obter uma figura com 10 losangos, quantos palitos são necessários?
d) Com 70 palitos podemos formar uma figura com quantos losangos?

Questão 2) Escreva uma fórmula que represente cada relação a seguir:

a) O ganho **y** de uma faxineira que recebe R$ 50,00 por dia de trabalho em relação ao número **x** de dias trabalhados.

b) A distância **d** percorrida por um automóvel à velocidade média de 80km/h em um tempo **t** de viagem

c) A velocidade média **v** desenvolvida por um ciclista que percorre a distância de 2000 metros em um tempo **t** de viagem.

Tabela 3. **Análise dos erros das questões 1 e 2 – grupo II**

Questão	Número de acertos	% de alunos
1 a	35	56,45
1 b	30	48,39
1 c	41	66,13
1 d	39	62,90
2 a	59	95,16
2 b	58	93,55
2 c	56	90, 32

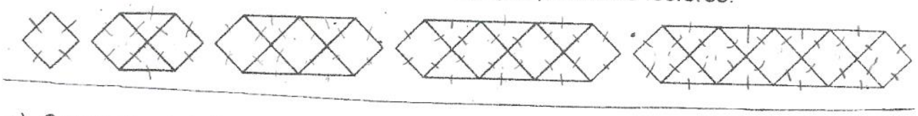
Fonte: o Autor (2015)

A tabela 4 nos mostra que em relação à questão 3 do grupo I, o índice de acertos na questão 1 do grupo II foi melhor, embora muitos não tenham conseguido generalizar e escrever a sentença que expressa a relação entre o número de palitos e o número de losangos da figura, eles completaram a figura de forma a contar os palitos e encontrar a resposta como apresentado na figura a seguir.

As figuras abaixo exemplificam, os tipos de erros comuns encontrados na resolução das questões 1 e 2 do grupo II, embora os erros encontrados na resolução dessas questões tenha sido muito menor, comparados às demais questões propostas anteriormente.

Figura 10. Resposta do aluno G

1) As figuras desta sequência foram formadas por palitos de fósforos.



a) Complete a tabela.

Número de losangos	1	2	3	4	5	6	7	8	x
Número de palitos	4	10	16	22	28	34	40	46	5.X+1

b) Escreva a sentença que expressa o número **p** de palitos de acordo com o número **n** de losangos formados.

P= 5.X+1

c) Para se obter uma figura com 10 losangos, quantos palitos são necessários?

58 palitos

d) Com 70 palitos podemos formar uma figura com quantos losangos?

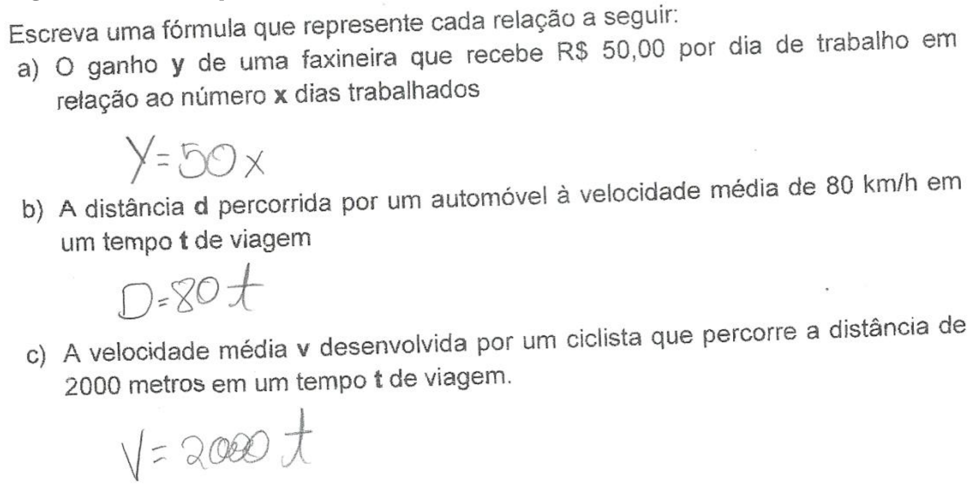
12 losangos

Fonte: o Autor (2015)

De acordo com a classificação de desenvolvimento cognitivo de Bloom, o nível 6 (Síntese) se mostra comprometido, uma vez que o aluno não consegue juntar as partes (os dados da tabela) para formar o todo (expressão matemática).

Com relação à questão 2, os resultados obtidos foram mais relevantes. No item a, a grande maioria conseguiu resolver sem grandes dificuldades uma vez que a expressão a ser encontrada é uma função linear. Nos itens b e c, o bom resultado obtido pode ter sido motivado pelo fato de que, por se tratarem de alunos do 9° ano, os conteúdos abordados em Ciências são as primeiras noções de Física e Química, portanto, os conceitos e definições assimilados em diferentes disciplinas evidenciam o desenvolvimento dos níveis 5 (Síntese) e 6 (Avaliação), uma vez que o aluno consegue aplicar o conhecimento adquirido em diferentes contextos.

Figura 11. Resposta do aluno H



Escreva uma fórmula que represente cada relação a seguir:

a) O ganho **y** de uma faxineira que recebe R$ 50,00 por dia de trabalho em relação ao número **x** dias trabalhados

$Y = 50x$

b) A distância **d** percorrida por um automóvel à velocidade média de 80 km/h em um tempo **t** de viagem

$D = 80t$

c) A velocidade média **v** desenvolvida por um ciclista que percorre a distância de 2000 metros em um tempo **t** de viagem.

$V = 2000t$

Fonte: o Autor (2015)

Nesta atividade, a principal dificuldade apresentada por parte dos alunos foi a de identificar a expressão através dos valores encontrados na tabela. Se a expressão é uma função linear, a atividade é facilmente resolvida, mas se a expressão é uma função afim, a atividade se torna mais complicada.

4.2.1 Estratégia

Na tentativa de superar essa dificuldade foi proposta uma atividade em que cada grupo deveria apresentar uma situação-problema distinta, cuja expressão matemática fosse dada por uma função afim. Cada grupo deveria promover uma discussão entre seus membros e explicar o processo utilizado para encontrar a função solicitada.

Essa atividade foi fundamental para aqueles que não haviam conseguido atingir bom resultado no teste e o bom resultado refletiu na realização do teste do último grupo cujo resultado está apresentado na seção seguinte.

Dentre as ideias apresentadas pelos alunos uma, em especial, foi escolhida para a realização de uma atividade em duplas. Munidos de uma tabela de preços cobrados por um estacionamento, os alunos deveriam modelar por meio de uma função afim, o valor a ser pago por um período x de horas. Essa atividade, embora não tenha sido considerada fácil pelos alunos, foi resolvida com certa facilidade e, percebendo a oportunidade foi sugerido também o esboço do gráfico da função.

TEMPO	PREÇO
ATÉ 30 MINUTOS	R$ 4,00
ATÉ 1 HORA	R$ 8,00
A CADA ACRÉSCIMO DE 15 MINUTOS	R$ 2,00
DIÁRIA DE 12 HORAS	R$ 20,00
2 HORAS ANTES DO JOGO E 1 HORA APÓS	R$ 20,00
CHURRASCARIA - 2 HORAS DE PERMANÊNCIA (COM CARIMBO DA CHURRASCARIA)	LIVRE
SÓCIO - ATÉ 30 MINUTOS (COM CARIMBO DA CENTRAL DE RELACIONAMENTO)	LIVRE

Essa atividade funcionou como base para elaboração e a aplicação do último teste, apresentado na seção a seguir.

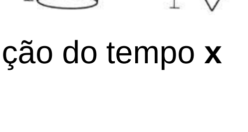
4.3 Análise do grupo III

Neste grupo, formado por uma única questão composta de cinco itens, o objetivo é verificar a capacidade do aluno de analisar uma situação-problema de modo mais amplo, ou seja, analisar o problema e ser capaz de representá-lo por meio de tabela, função e gráfico.

Analisando uma sequência de números numa tabela, identificando as variáveis e a relação de dependência entre elas, calculando valores através da função, classificando o tipo de função e esboçando o gráfico num plano cartesiano. Ou seja, de demonstrar a capacidade de Avaliação (nível 6), que de acordo com a escala de desenvolvimento cognitivo de Bloom, representa o nível mais elevado do desenvolvimento cognitivo. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela 5.

Questão 1)

Um reservatório está com 100 litros de água, que é seu nível mínimo de reserva. Uma torneira que despeja 40 litros de água por minuto será aberta para encher esse reservatório.



a) Complete a tabela a seguir, relacionando o volume **y** em função do tempo **x** (minutos)

x (tempo em minutos)	0	5	10	15	20	25
y (volume em litros)	100					

Qual é a variável dependente? E a independente?

b) Escreva a fórmula que define o volume **y** em função do tempo **x** em minutos (Lembre-se que $y = f(x)$).

c) Qual será o volume do reservatório quando **x** for igual a 35? E quando **x** for igual a 132?

d) Com quantos minutos o reservatório atingirá um volume de água igual a 2.500 litros?

e) Na malha quadriculada, construa um plano cartesiano e esboce o gráfico da função com os valores encontrados na tabela.
   - Que tipo de função é essa? (Afim, linear, quadrática)

   - Esta função é crescente ou decrescente? Por quê? (Explique utilizando a lógica do problema proposto)

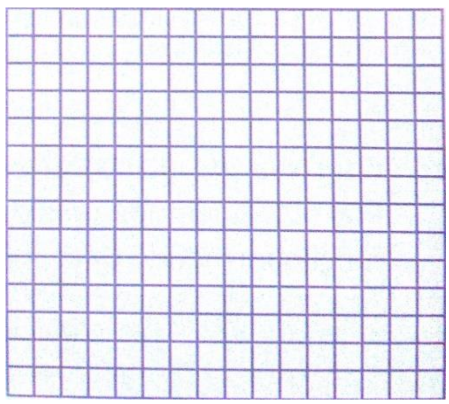


Tabela 4. Análise da questão 1 – Grupo III

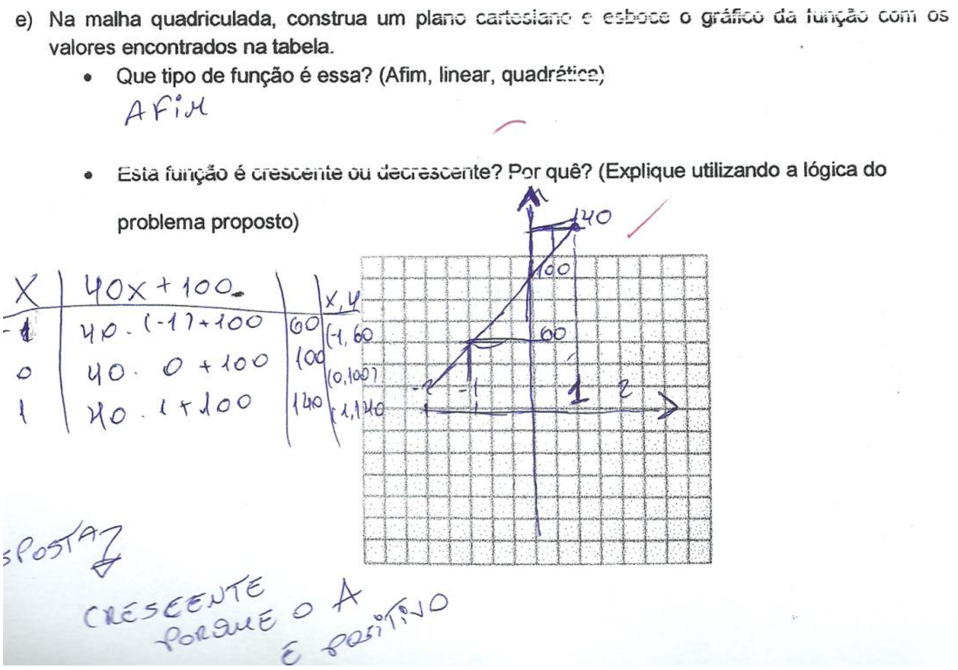
Questão	**Número de acertos**	**% de alunos**
1 a	56	90,32
1 b	54	87,09
1 c	56	90,32
1 d	53	85,48
1 e	53	85,48

Fonte: o Autor (2015)

Os percentuais indicam que a atividade foi resolvida sem maiores dificuldades. Todos os alunos tentaram resolver a questão, sendo que o item **e** apresentou um índice menor de acertos e constatou-se que, embora tenha sido disponibilizada uma malha quadriculada para que o aluno pudesse esboçar o gráfico da função, alguns utilizaram uma tabela atribuindo valores inteiros para x e calculando o valor correspondente y ao invés de utilizar os valores encontrados no item **a** para representar os pares ordenados e, então, traçar a reta que liga esses pontos.

Ainda com relação ao item **e**, alguns alunos responderam corretamente o item **b**, encontrando como resposta uma função afim, mas ao responderem o item **e**, classificaram-na como função quadrática e esboçaram o gráfico da função como tal como exemplificados nas figuras a seguir.

Figura 12. Resposta do aluno I


e) Na malha quadriculada, construa um plano cartesiano e esboce o gráfico da função com os valores encontrados na tabela.

- Que tipo de função é essa? (Afim, linear, quadrática)

AFIM

- Esta função é crescente ou decrescente? Por quê? (Explique utilizando a lógica do problema proposto)

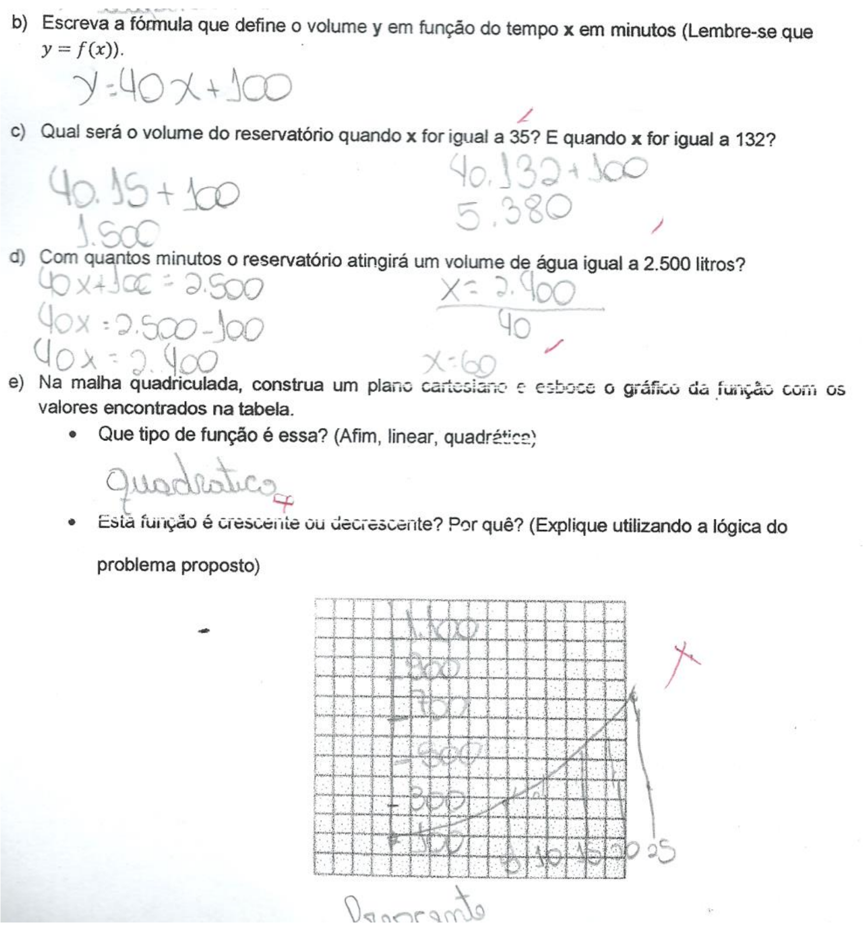
X	40x + 100		x, y
-1	40 . (-1) + 100	60	(-1, 60)
0	40 . 0 + 100	100	(0, 100)
1	40 . 1 + 100	140	(1, 140)

sPOSTA

CRESCENTE PORQUE O A É POSITIVO

Fonte: o Autor (2015)

Figura 13. Resposta do aluno J


b) Escreva a fórmula que define o volume y em função do tempo x em minutos (Lembre-se que $y = f(x)$).

$y = 40x + 100$

c) Qual será o volume do reservatório quando x for igual a 35? E quando x for igual a 132?

$40 . 35 + 100$
1.500

$40 . 132 + 100$
5.380

d) Com quantos minutos o reservatório atingirá um volume de água igual a 2.500 litros?

$40x + 100 = 2.500$
$40x = 2.500 - 100$
$40x = 2.400$

$x = \frac{2.400}{40}$
$x = 60$

e) Na malha quadriculada, construa um plano cartesiano e esboce o gráfico da função com os valores encontrados na tabela.

- Que tipo de função é essa? (Afim, linear, quadrática)

quadratica

- Esta função é crescente ou decrescente? Por quê? (Explique utilizando a lógica do problema proposto)

Decrescente

Fonte: o Autor (2015)

4.3.1 Estratégias

Após a análise dos erros, percebeu-se que existia uma relação intrínseca entre desempenho no teste e assiduidade, ou seja, os alunos que apresentaram mais dificuldades foram justamente aqueles que apresentaram histórico de faltas frequentes. Nesse caso, a ausência, e consequente falta de um construto contínuo das ideias discutidas em sala de aula, teve impacto significativo na aprendizagem de funções, uma vez que a grande maioria declarou dedicar pouco (ou nenhum) tempo ao estudo de matemática fora da sala de aula. A esses alunos foi indicada aula-reforço no contraturno e atividades de recuperação contínua.

Dentre essas atividades, foi proposto o jogo intitulado “Dominó das funções” (APÊNDICE E) cujo objetivo, além de promover a aprendizagem de funções, era também trabalhar aspectos motivacionais e cooperação entre os pares. Abordar uma discussão sobre o uso de jogos em sala de aula não é objetivo deste trabalho, mas o uso desse recurso como estratégia didática pode ser uma alternativa na superação do erro.

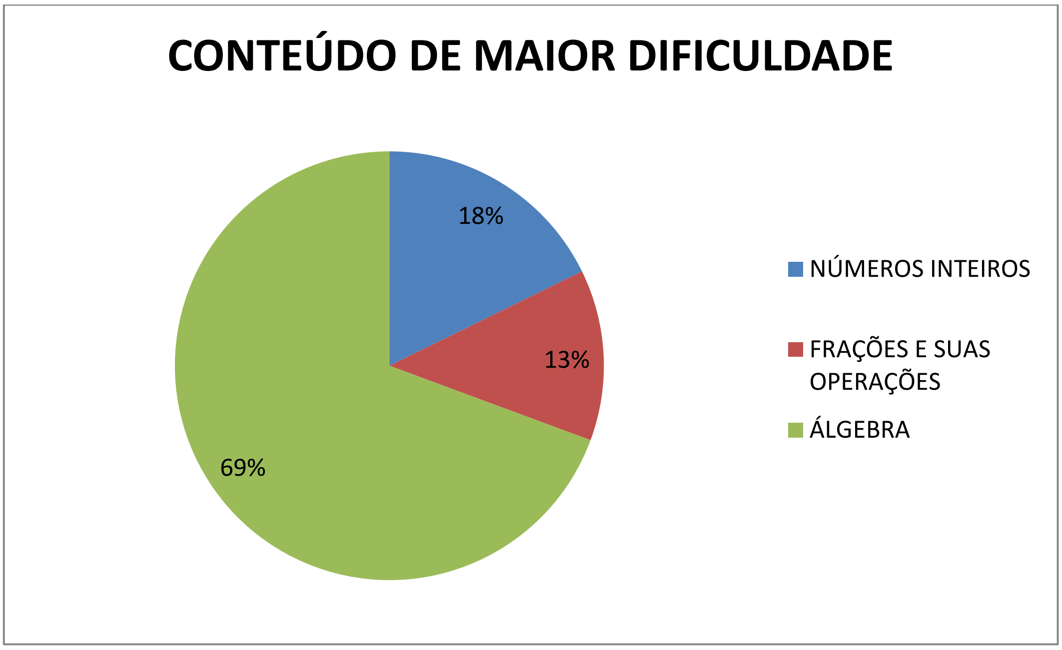
4.4 Análise do questionário de entrevistas dos alunos

Nesta seção são apresentados e analisados os dados coletados nas entrevistas com os alunos. O questionário de entrevista tinha como objetivo identificar características como: percepção quanto à dificuldade de aprendizagem em Matemática, comprometimento com os estudos entre outros. – APÊNDICE D.

Após a aplicação dos testes, e de posse dos mesmos, os alunos puderam responder questões relativas ao nível de dificuldade dos testes propostos que compunham cada grupo. A entrevista foi individual e foram utilizadas também as justificativas ouvidas durante as entrevistas buscando-se assim estabelecer uma relação entre motivação e bom desempenho no estudo da Matemática, em especial da Álgebra.

Questão 1 – Relembrando sobre o seu percurso escolar, em que conteúdo do currículo de Matemática você teve mais dificuldades de aprendizagem?

Figura 14. Conteúdo de maior dificuldade



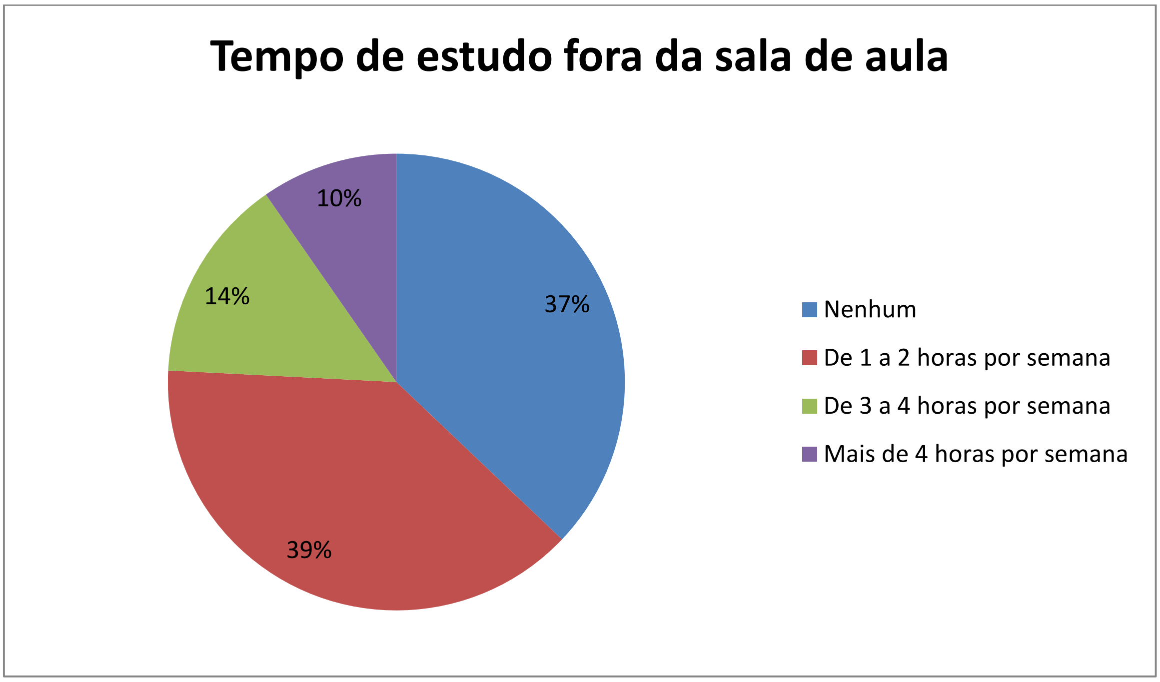
Fonte: o Autor (2015)

Como mostra a figura 14, a Álgebra foi o conteúdo eleito como sendo o mais difícil e os percentuais obtidos nos demais conteúdos (Números Inteiros e Frações) podem evidenciar que existe uma dificuldade na transição da aprendizagem de Aritmética e Álgebra. As justificativas mais comuns foram:

- *O conteúdo é muito grande.*
- *Tem que lembrar tudo que aprendeu antes.*
- *Vai ficando cada vez mais difícil.*

Questão 2 – Quanto tempo você (fora da escola) se dedica ao estudo de matemática?

Figura 15. Tempo de dedicação aos estudos fora da escola



Fonte: o Autor (2015)

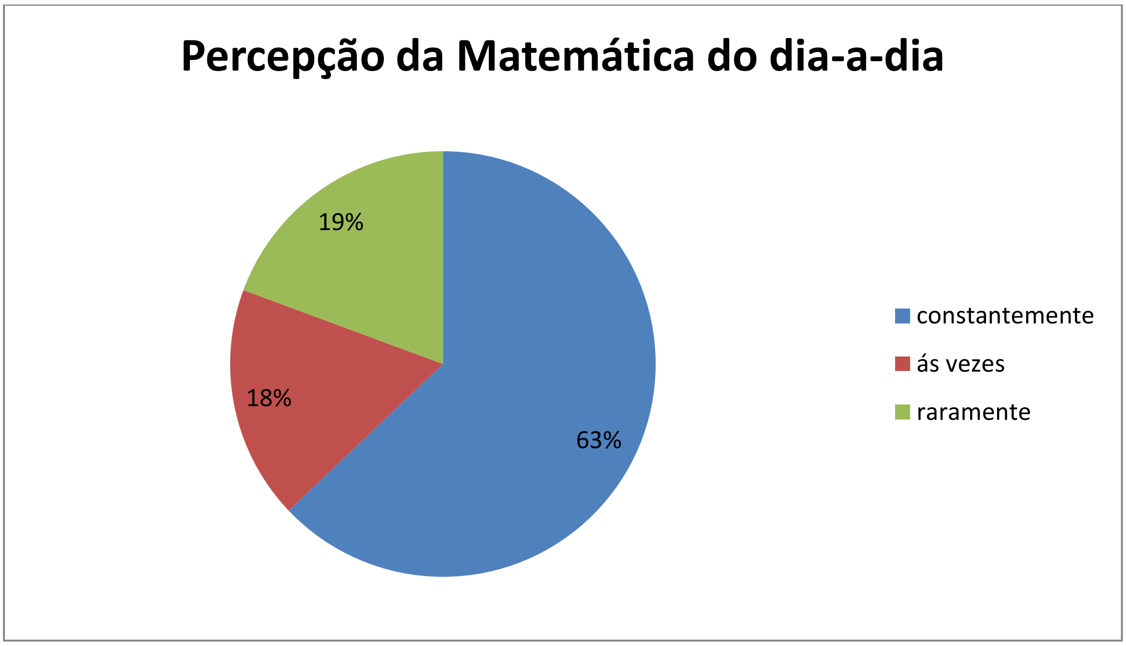
A figura 15 nos mostra que, embora os alunos estivessem cientes de que tinham dificuldades de aprendizagem, a grande maioria não dedicava (ou dedicava pouco) tempo de estudo fora da sala de aula. Isso implica que a grande maioria não estava comprometida na realização das tarefas para casa, apesar de todos possuírem o livro didático. Os comentários mais comuns:

- *Quando o senhor está explicando aqui na sala de aula, parece muito fácil, mas quando vou tentar fazer em casa não consigo.*

- *No final do livro tem a resposta, então eu nem faço.*

Questão 3 – Com que frequência você percebe o uso da Matemática (em especial da Álgebra) ensinada na escola no seu dia-a-dia?

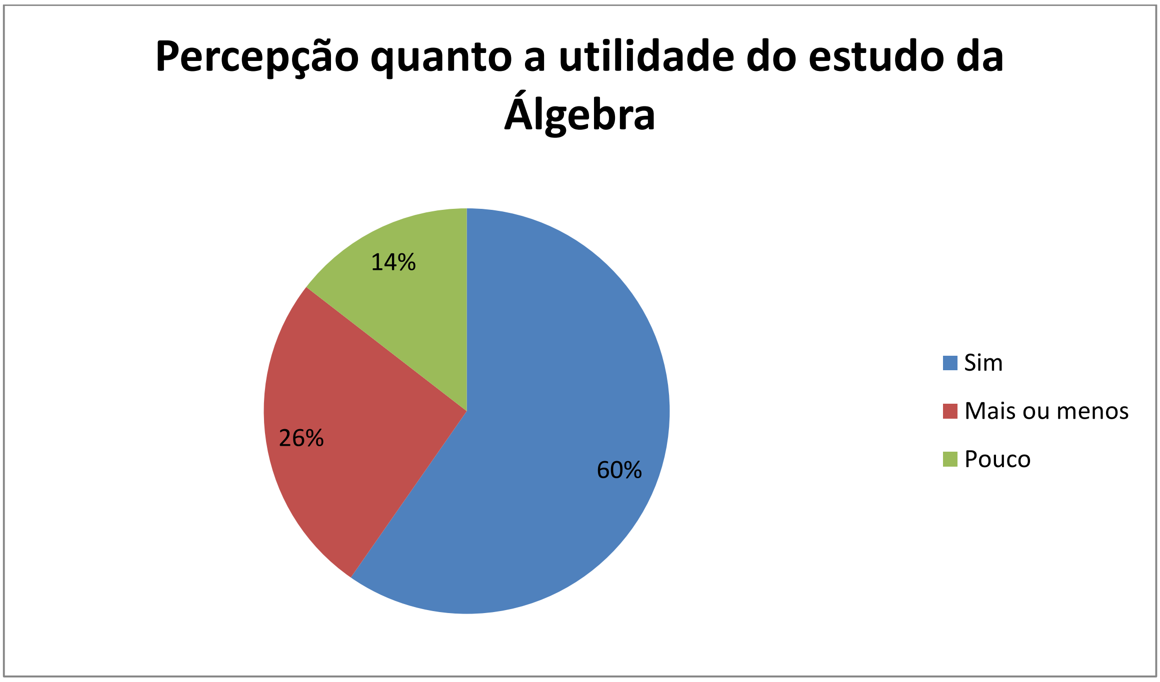
Figura 16. Percepção do uso da Matemática no dia-a-dia



Fonte: o Autor (2015)

Questão 4 – Você acha útil o estudo da Álgebra? Por quê?

Figura 17. Percepção da utilidade da álgebra



Fonte: o Autor (2015)

As figuras 16 e 17 nos mostram que embora os alunos tenham a percepção da presença da Matemática no seu dia-a-dia e de que o estudo da Álgebra seja importante, parece existir uma lacuna entre aquilo que se aprende na sala de aula e aquilo que se utiliza no dia-a-dia. Alguns comentários dos alunos:

- *Ajuda a gente resolver uns problemas, mas encontrar a função é difícil.*

- *Quando tem a função fica mais fácil*

- *Tem que se lembrar de tudo, aí fica difícil.*

- *Acho que só vou usar isso aí no Ensino Médio, na faculdade... sei lá.*

- *Quando a gente resolve com a ajuda do colega é melhor.*

De acordo com os relatos obtidos, é grande a quantidade de alunos que não dedicam um tempo para estudo fora da sala de aula, ainda que ele tenha plena consciência das suas dificuldades.

De acordo com Lins e Gimenez (1997)

> Há 50 anos, a matemática para o cidadão comum era estritamente coisa de papel e lápis, quando muito de máquina registradora, no comércio. Hoje, não. O acesso a calculadoras é extenso [...], e a tendência a aumentar o acesso a computadores é real. Mas não precisamos pensar apenas neles: jornais e televisão trabalham cada vez mais com gráficos e outros recursos visuais de apresentação de dados; códigos de todo tipo nos rodeiam; fórmulas, para calcular dosagem de remédios ou impostos. O que é preciso entender é que cada um desses instrumentos ou situações envolve modos próprios de pensar, e que disso a escola deve se ocupar; de nada adianta a pessoa ver um gráfico de, por exemplo, variação no preço da cesta básica, se o único significado que consegue produzir é o de que aquilo é "o gráfico de uma função". (pág. 162)

Embora ainda sejam poucas as publicações acerca do letramento matemático, a ideia central não é tão nova. Observa-se que a percepção do professor perante o papel que a Matemática desempenha no mundo atual é decisiva para que aluno a perceba de forma diferente. É o professor, enquanto organizador do processo de construção do conhecimento que ocorre na sala de aula, o responsável por oportunizar situações de aprendizagem que permitam ao aluno utilizar a Matemática de forma crítica e consciente, da sala de aula para o mundo e do mundo para a sala de aula.

No que se refere à alfabetização matemática, percebemos que a ela se atribui o aprender a ler e a escrever códigos, sistemas, noções básicas de lógica, aritmética, geometria, tendo, sempre, como forma de registro a linguagem da matemática formal. Entretanto, diante da demanda exigida ao indivíduo pela sociedade contemporânea, ser alfabetizado significa saber ler, escrever, interpretar textos e possuir habilidades matemáticas que o façam agir criticamente na sociedade.

Como concluem Galvão e Nacarato:

> Desta forma, talvez a alfabetização matemática não seja capaz de suprir tal necessidade; pois possuir tais habilidades significa ser letrado, ou seja, entender, e saber aplicar as práticas de leitura, escrita matemática e habilidades matemáticas para resolver problemas não somente escolares, mas de práticas sociais como: saber ler e interpretar gráficos e tabelas, fazer estimativas, interpretar contas de luz, telefone, água e demais ações relacionadas aos diferentes usos sociais (Galvão E.S., Nacarato A.M., 2007, pag.84).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção, são apresentadas as percepções e considerações feitas ao longo da realização da pesquisa, apoiados no referencial teórico e objeto de estudo no intuito de compreender os resultados que foram encontrados.

Ao concluir este trabalho, cujo objetivo era compreender os erros e dificuldades apresentados pelos alunos na aprendizagem da linguagem algébrica, em especial, situações-problema que exigem uma tradução para a linguagem simbólica, percebe-se que esse tem sido tema de questionamentos de vários professores e estudiosos da Educação Matemática.

Buscando respostas para tais questionamentos, deu-se início a observação das turmas de 9º ano, com anotações em diário de bordo dos comentários e de situações de aprendizagem em sala de aula, bem como de pesquisa bibliográfica de referencial teórico acerca do tema pesquisado. Também foram aplicados grupos de atividades com níveis de dificuldades diferenciados que foram analisados qualitativa e quantitativamente.

São vários os aspectos que podem estar contribuindo para a dificuldade de aprendizagem dos alunos em Álgebra, que podem ser desde raízes históricas pela forma de introdução do estudo da Álgebra no Ensino Fundamental e as subsequentes mudanças dos currículos e escolas pedagógicas passando pelo uso de metodologias de ensino ultrapassadas e que reproduzem o mecanicismo.

Embasado na ideia de que o domínio da linguagem algébrica pode contribuir para a formação de cidadãos aptos a realizar leituras do mundo a sua volta utilizando diferentes linguagens, o enfoque aqui está no aspecto de como o professor, enquanto mediador do processo de ensino-aprendizagem pode utilizar o erro como estratégia de promover o letramento matemático. Apoiado na teoria de desenvolvimento cognitivo de Bloom, normalmente conhecida como Taxonomia de Bloom, a análise do erro redimensiona o fazer pedagógico promovendo a aprendizagem.

A postura do professor perante a situação de dificuldade pode ser determinante no sucesso ou fracasso do aluno. Estar atento à metodologia utilizada, intervir de forma objetiva e adequada a cada situação e promover a avaliação formativa são algumas características de um professor que busca dar significado às aprendizagens e todas essas características podem ser norteadas através da análise crítica do erro. De acordo com as entrevistas e testes aplicados, os alunos demonstraram ter a percepção sobre a importância do estudo da linguagem algébrica, mas se não há um significado ele se sente desmotivado e desmotivado ele não aprende.

Respondidas as perguntas iniciais espera-se que essa pesquisa suscite uma série de outros questionamentos em torno dessa temática e possa proporcionar momentos de reflexão sobre a prática em sala de aula a fim de que o aluno seja contemplado com ações que oriente na construção do conhecimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, M. A. V. **Um ensaio sobre concepções a sustentar sua prática pedagógica e produção de conhecimento (da Educação Matemática. In: Flores, C.R. e Cassiani, S.. (Org.). Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento**. 1ª ed.Campinas: Mercado das Letras, 2013, v. 01, p. 17-40.

BLOOM, B. S. **What we are learning about teaching and learning: a summary of recente research**. Principal, v. 66, n. 2, p. 6-10, 1986.

BLOOM, B. S. et al. **Taxonomy of educational objectives**. New York: David Mckay, 1956. v.1.

BORASI, R. **Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors**. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental: língua portuguesa**. Brasília: MEC/SEF, 1998b.

BRASIL, Ministério da Educação Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** 3 ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.

CARMO, João dos Santos. **Conhecimentos de estudantes de licenciatura em Matemática acerca do conceito de número** 1. v. 10, n. 18,. jul/dez – 2001. Publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT. Disponível em: http://www.ufmt.br/revista/arquivo/rev18/carmo.htm. Acesso em 25. jun. 2004.

Cury, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica 2008.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19. Disponível em: < http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 05 ago. 2015.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Matemática e Educação Matemática:** O problema da convergência. Palestra Proferidas em 1998. Disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/palestras.htm. Acesso em 03 jul. 2015.

DE LA TORRE, S. et alii. **Errores y currículo – Tratamiento didáctico de los errores em la enseñanza**. Barcelona: PPU. 1994.

DISTRITO FEDERAL. **Currículo em movimento da educação básica:** Ensino Fundamental Anos Finais, SEEDF, 2014 a.

DISTRITO FEDERAL, **Currículo em movimento da educação básica**: pressupostos teóricos, SEEDF, 2014b.

DUVAL, Raymond. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.), Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

ELLIOT, J. **Action research for educational change**. Filadélfia: Open University Press, 1991.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes (Org.). **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro: efetividade ou ideologia?** São Paulo: Loyola, 1979.

Galvão ES, Nacarato AM. **O letramento matemático e a resolução de problemas na Provinha Brasil.** Revista Eletrônica de Educação, v. 7, n. 3, p.81-96. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em 19 de set. 2015.

HOUAISS, Antônio. Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro, Ed. Objetiva, 2001

INEP. **Letramento Matemático**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/2010/letramento_matematico.pdf>. Acesso em: 25 ago. 2015.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Papirus Campinas, Coleção Perspectiva em Educação Matemática, SP, 1997.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo?** Pró-Posições, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MINAYO, Maria. C. S. **Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social**. In:MINAYO, Maria. C. S. (Org.). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p.09-29

MIQUELINO, Luís Humberto. **O ensino e a aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental e o uso das tecnologias de informação e comunicação** Revista Encontro de Pesquisa em Educação Uberaba, v. 1, n.1, p. 107-117, 2013.

MONDINI, F. ; BICUDO, M. A. V. **A presença da Álgebra nos cursos de Licenciatura em Matemática no Estado do Rio Grande do Sul**. Acta Scientiae (ULBRA), v. 12, p. 43-54, 2010.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília:Universidade de Brasília, 2006.

OECD; PISA. **Results: What students know and can do – student performance in Reading, mathematics and science**. v.1 , p. 122, 2009.

OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra**. Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, ano 9, n. 12, p. (35 39), jun.2002.

Oliveira, R. S. **Introdução à álgebra para alunos de sétima série com necessidades educacionais especiais em sala de aula regular**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2012.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas, SP: Papirus, 2000.

Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, vol 1, num 1, jan./abr. 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Atividades propostas como testes do Grupo I

QUESTÕES:

1) Responda:

a) Escreva a expressão que define a relação entre o lado de um quadrado e seu perímetro

b) Qual é a grandeza dependente nessa relação? E a independente?

c) Se dois quadrados possuem o mesmo perímetro, o que é possível afirmar sobre as medidas de seus lados?

d) Se o perímetro de um quadrado é de 80 cm, qual é a medida de seu lado?

ACADEMIA DANÇA COMIGO
Cursos de férias:
Forró, Samba e Salsa
Taxa de inscrição: R$ 40,00
Valor da aula: R$ 20,00 (qualquer ritmo)
Aproveite!

2) Mariana quer aproveitar as férias para aprender a dançar na Academia Dança Comigo, mas precisa decidir quantas aulas pode fazer, uma vez que tem uma determinada quantia para gastar. Você pode ajuda-la a decidir.
   a) Escreva uma expressão que relacione o valor que Mariana vai gastar ao número de aulas que vai fazer.
   b) Quanto Mariana vai gastar, se decidir fazer 10 aulas?
   c) Qual é o número máximo de aulas que Mariana pode fazer se pretende gastar, para aprender a dançar nas férias, o valor de R$ 300,00?

3) Patrícia é escovista em um salão de beleza. Ela recebe mensalmente um salário fixo de R$ 300,00 mais uma comissão de 40% sobre o total arrecadado pelo salão com seu trabalho. O preço de uma escova é de R$ 22,00.
   a) Escreva uma fórmula que define o salário **S** de Patrícia dependendo do total **x** arrecadado pelo salão com o seu trabalho. Qual é a variável dependente? E a independente?

b) Escreva uma fórmula que define o valor do salário **S** de Patrícia dependendo do número **n** de escovas feitas por ela em um mês.
c) C) Qual foi o salário de Patrícia em um mês, no qual o salão arrecadou R$ 900,00 com seu trabalho?
d) Determine o valor aproximado do salário de Patrícia em um mês em que ela fez 60 escovas nesse salão.

ANEXO B – Atividades propostas como testes do grupo II

Questão 1) As figuras desta sequência foram formadas por palitos de fósforos

a) Complete a tabela

Número de losangos	1	2	3	4	5	6	7	8	X
Número de palitos									

b) Escreva a sentença matemática que expressa o número **p** de palitos de acordo com o número **n** de losangos formados.

c) Para se obter uma figura com 10 losangos, quantos palitos são necessários?

d) Com 70 palitos podemos formar uma figura com quantos losangos?

Questão 2) Escreva uma fórmula que represente cada relação a seguir:

a) O ganho **y** de uma faxineira que recebe R$ 50,00 por dia de trabalho em relação ao número **x** de dias trabalhados.

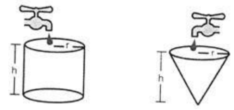
b) A distância **d** percorrida por um automóvel à velocidade média de 80km/h em um tempo **t** de viagem.

c) A velocidade média **v** desenvolvida por um ciclista que percorre a distância de 2000 metros em um tempo **t** de viagem.

ANEXO C – Atividades propostas como testes do grupo III

Questão 1)

Um reservatório está com 100 litros de água, que é seu nível mínimo de reserva. Uma torneira que despeja 40 litros de água por minuto será aberta para encher esse reservatório.



e) Complete a tabela a seguir, relacionando o volume **y** em função do tempo **x** (minutos)

x (tempo em minutos)	0	5	10	15	20	25
y (volume em litros)	100					

Qual é a variável dependente? E a independente?

f) Escreva a fórmula que define o volume **y** em função do tempo **x** em minutos (Lembre-se que $y = f(x)$).

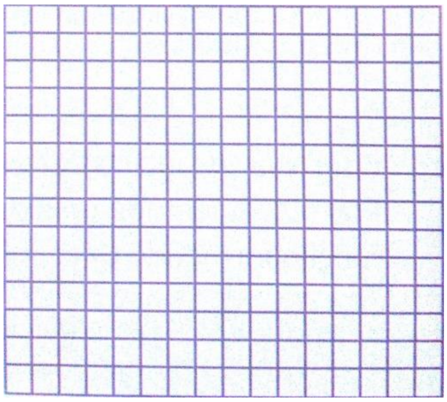
g) Qual será o volume do reservatório quando **x** for igual a 35? E quando **x** for igual a 132?

h) Com quantos minutos o reservatório atingirá um volume de água igual a 2.500 litros?

i) Na malha quadriculada, construa um plano cartesiano e esboce o gráfico da função com os valores encontrados na tabela.

- Que tipo de função é essa? (Afim, linear, quadrática)

- Esta função é crescente ou decrescente? Por quê? (Explique utilizando a lógica do problema proposto)



APÊNDICE D – Questionário de entrevista com os alunos.

Questão 1 – Relembrando sobre o seu percurso escolar, em que conteúdo do currículo de Matemática você teve mais dificuldades de aprendizagem?

( ) Números inteiros
( ) Frações e suas operações
( ) Álgebra

Questão 2 – Quanto tempo você (fora da escola) se dedica ao estudo de matemática?

( ) Nenhum
( ) De 1 a 2 horas por semana
( ) De 3 a 4 horas por semana
( ) Mais de 4 horas por semana

Questão 3 – Com que frequência você percebe o uso da Matemática (em especial da Álgebra) ensinada na escola no seu dia-a-dia?

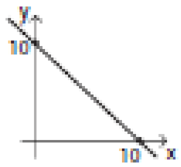
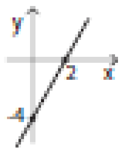
( ) Constantemente
( ) Ás vezes
( ) Raramente

Questão 4 – Você acha útil o estudo da Álgebra? Por quê?

( ) Sim
( ) Mais ou menos
( ) Pouco

APÊNDICE E – Jogo dominó de funções

Dominó das Funções

<table>
<tr><td>$Y = 2x - 4$</td><td>A raiz da função é 2.</td><td>A raiz da função é 10.</td><td>$X + y - 10 = 0$</td></tr>
<tr><td>A reta intercepta o eixo y no ponto (0, -4).
A reta intercepta o eixo x no ponto (2,0).</td><td>$Y = 10 - x$</td><td>A reta intercepta o eixo y no ponto (0, 10).
A reta intercepta o eixo x no ponto (10,0).</td><td>A raiz da função é 0.</td></tr>
<tr><td>$-2x + y + 4 = 0$</td><td>$Y = 4x$</td><td>Gráfico
</td><td>A raiz da função é 5.</td></tr>
<tr><td>Gráfico
</td><td>$Y = 15 - 3x$</td><td>Tabela<table><tr><th>x</th><th>Y</th></tr><tr><td>-1</td><td>11</td></tr><tr><td>1</td><td>9</td></tr></table></td><td>A raiz da função é -1.</td></tr>
<tr><td>Tabela<table><tr><th>x</th><th>Y</th></tr><tr><td>-1</td><td>11</td></tr><tr><td>1</td><td>9</td></tr></table></td><td>$Y = x + 1$</td><td>O coeficiente angular da reta é -1.
O coeficiente linear é 10.</td><td>A raiz da função é $\frac{-2}{3}$.</td></tr>
<tr><td>O coeficiente angular da reta é 2.
O coeficiente linear é -4.</td><td>$Y = 2 + 3x$</td><td>A reta passa pelos pontos (2,8) e (3,7).</td><td>A raiz da função é 3.</td></tr>
</table>